

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ – OLIMPIADA SATELOR DIN
ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ

2 aprilie 2022

CLASA A V-A

1.) Determinați toate numerele naturale x și y care îndeplinesc simultan condițiile:

a) $x < y$

b) y este soluția ecuației $y + 82 = 5^3 + 2^4 : 2^3$

c) Numerele x și $x + y$ sunt pătrate perfecte.

2.) Sunt date numerele:

$$x = \left[3^{121} : 9^{60} + (5^3)^2 : (5^2)^2 \right] : 2^2 \quad \text{și}$$

$$y = 10^2 : \left\{ 23 + 34 : \left[(2 \cdot 3^2)^2 : 18 - 17^0 \cdot 1^{2022} \right] \right\}$$

Să se arate că:

a) $x + y = 11$

b) $x^{2021} + 2022^y$ nu este pătrat perfect.

3.) Aflați numerele \overline{ab} , \overline{ac} , \overline{ad} , \overline{ae} , știind că sunt prime și dacă adunăm 90 la fiecare obținem tot numere prime.

4.) Într-o librărie erau 1234 creioane și stilouri. După ce s-au vândut 87 de creioane și 43 de stilouri, numărul creioanelor rămase reprezintă o treime din numărul stilourilor rămase. Câte creioane și câte stilouri erau la început în librărie?

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 7 puncte.

Țimp de lucru 2 ore

A ROMÁNIAI FALVAK OLIMPIÁJA - ORSZÁGOS MATEMATIKAVERSENY
MEGYEI SZAKASZ

2022. április 22.

V . OSZTÁLY

- 1.) Határozd meg az összes x és y természetes számokat, amelyek egyidőben teljesítik az alábbi feltételeket:

- a) $x < y$
- b) y az $y + 82 = 5^3 + 2^4 : 2^3$ egyenlet megoldása.
- c) Az x és $x + y$ számok teljes négyzetek.

- 2.) Adva vannak az alábbi számok:

$$x = \left[3^{121} : 9^{60} + (5^3)^2 : (5^2)^2 \right] : 2^2 \text{ és}$$

$$y = 10^2 : \left\{ 23 + 34 : \left[(2 \cdot 3^2)^2 : 18 - 17^0 \cdot 1^{2022} \right] \right\}$$

Igazold, hogy:

- a) $x + y = 11$
- b) $x^{2021} + 2022^y$ nem teljes négyzet.

- 3.) Határozd meg az \overline{ab} , \overline{ac} , \overline{ad} , \overline{ae} számokat, ha tudjuk, hogy prímszámok és ha mindenikhez hozzáadunk 90-et ugyancsak prímszámokat kapunk!
- 4.) Egy könyves üzletben összesen 1234 ceruza és töltőtoll volt. Miután 87 ceruzát és 43 töltőtollat eladtak, a megmaradt ceruzák száma egyenlő a megmaradt töltőtollak számának az egyharmadával. Hány ceruza, illetve hány töltőtoll volt eredetileg az üzletben?

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 7 pontot ér.

Munkaidő 2 óra.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ – OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA JUDEȚEANĂ - 2 aprilie 2022
BAREM DE NOTARE
CLASA A V-A

1.)	Din condiția b) avem $y + 82 = 125 + 2 \Rightarrow y = 45$	2
	Din condiția a) și c) avem $x < 45$ și x pătrat perfect $\Rightarrow x$ poate fi 0,1,4,9,16,25,36	1
	$y = 45 \Rightarrow x + y$ poate fi 45,46,49,54,61,70,81	1
	Din condiția c) $\Rightarrow x + y$ pătrat perfect $\Rightarrow x + y$ este 49 sau 81	1
	Soluțiile sunt perechile de numere naturale: $(4; 45)$ și $(36; 45)$	2
2.)	$x = \left[3^{121} : (3^2)^{60} + 5^6 : 5^4 \right] : 2^2 = (3 + 25) : 4 = 7$	2
	$y = 100 : \left[23 + 34 : (18^2 : 18 - 1) \right] = 100 : (23 + 34 : 17) = 4$	2
	a) $x + y = 7 + 4 = 11$	1
	b) $u(x^{2021}) = u(7^{2021}) = 7$, $u(2022^y) = u(2022^4) = 6$	1
	$u(x^{2021} + 2022^y) = u(7^{2021} + 2022^4) = u(7 + 6) = 3$ nu poate fi pătrat perfect.	1
3.)	$\overline{ab}, \overline{ac}, \overline{ad}, \overline{ae}$ sunt numere prime atunci b, c, d, e sunt cifre impare și diferite de 5, atunci numerele sunt $\overline{a1}, \overline{a3}, \overline{a7}, \overline{a9}$	2
	Valorile cifrei a pot fi 1,2,3,4,5,6,7,8,9	1
	Pentru $a = 1$ avem numerele 11,13,17,19 care sunt prime și adunate cu 90 obținem 101,103,107,109 care sunt tot prime	1
	Pentru $a = 2 \Rightarrow 21:3$, $a = 3 \Rightarrow 33:3$, $a = 4 \Rightarrow 49:7$, $a = 5 \Rightarrow 51:3$, $a = 6 \Rightarrow 63:3$, $a = 7 \Rightarrow 77:11$, $a = 8 \Rightarrow 81:3$, $a = 9 \Rightarrow 93:3$, deci nu sunt prime	2
	Soluția problemei este dată de numerele 11,13,17,19	1
4.)	Fie C numărul creioanelor și S numărul stilourilor înainte de vânzare. Numărul stilourilor rămase după vânzare este de trei ori mai mare decât numărul creioanelor. Fie x numărul creioanelor după vânzare.	1
	$ \begin{array}{l} C : \overline{\overbrace{x} \quad \overbrace{87}} \\ S : \overline{\overbrace{x} \quad \overbrace{x} \quad \overbrace{x} \quad \overbrace{43}} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} C \\ S \end{array}} \right\} 1234 $	2
	După vânzare avem $1234 - (87 + 43) = 1104$ creioane și stilouri	1
	$x = 1104 : 4 = 276$ creioane și $276 \cdot 3 = 828$ stilouri după vânzare.	
	La început erau $276 + 87 = 363$ creioane și $828 + 43 = 871$ stilouri.	2