CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ – OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ

2 aprilie 2022

CLASA A VII-A

1.) Numerele a, b și c sunt raționale și verifică egalitatea $3 \cdot a + 4 \cdot b = c - 36$. Determinați cele trei numere dacă că a și b sunt direct proporționale cu 4 și 3, iar b și c sunt invers proporționale cu 0,24 și 0,01.

2.) Demonstrați că: $\sqrt{\frac{16+\sqrt{192}}{18+\sqrt{243}}} > \sqrt{\frac{7+\sqrt{147}}{8+\sqrt{192}}}$

3.) Segmentul AB este diametru al cercului $\mathscr{C}(O, r)$. Pe cerc, de o parte și de alta a dreptei AB, sunt situate punctele C și D astfel încât $\sphericalangle BOC = 60°$ și $\sphericalangle BAD = 30°$.

Demonstrați că: **a)** OC este perpendiculară pe AD;

b) patrulaterul $BCOD$ este romb!

4.) Fie trapezul isoscel $ABCD$ astfel încât $AB = 2AD = 2BC = 2CD$.

a) Determinați măsura unghiurilor trapezului!

b) Știind că aria trapezului este egală cu 135 cm^2, calculați aria triunghiului ADC !

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 7 puncte.

Timp de lucru 2 ore

A ROMÁNIAI FALVAK OLIMPIÁJA - ORSZÁGOS MATEMATIKAVERSENY

MEGYEI SZAKASZ

2022. április 2.

VII. OSZTÁLY

1.) Az a, b és c racionális számok teljesítik a $3 \cdot a + 4 \cdot b = c - 36$ egyenlőséget. Határozd meg ezt a három számot, ha a és b egyenesen arányos 4-gyel és 3-mal, valamint b és c fordítottan arányos 0,24-gyel és 0,01-gyel.

2.) Igazold, hogy: $\sqrt{\frac{16+\sqrt{192}}{18+\sqrt{243}}} > \sqrt{\frac{7+\sqrt{147}}{8+\sqrt{192}}}$

3.) Az AB szakasz a $\mathscr{C}(O, r)$ kör átmérője. A kör C és D pontja az AB egyenes különböző oldalán helyezkedik el úgy, hogy $\widehat{BAD} = 30°, \widehat{BOC} = 60°$. Bizonyítsd be, hogy:

a) OC merőleges AD-re;

b) A $BCOD$ négyszög rombusz!

4.) Az $ABCD$ egyenlő szárú trapézban $AB = 2AD = 2BC = 2CD$.

a) Határozd meg a trapéz szögeinek mértékét!

b) Tudva, hogy a trapéz területe 135 cm^2, számítsd ki az ADC háromszög területét!

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 7 pontot ér.

Munkaidő 2 óra.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ – OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA JUDEȚEANĂ - 2 aprilie 2022
BAREM DE NOTARE
CLASA A VII-A

1.)	$\frac{a}{4}=\frac{b}{3}$ și $b\cdot 0{,}24=c\cdot 0{,}01 \Leftrightarrow b\cdot 24=c \Leftrightarrow \frac{b}{1}=\frac{c}{24} \Leftrightarrow \frac{b}{3}=\frac{c}{72}$	**3p**
	$\frac{a}{4}=\frac{b}{3}=\frac{c}{72}=k \Rightarrow a=4k, b=3k, c=72k$	**1p**
	$3\cdot 4k+4\cdot 3k=72k-36$	**1p**
	$k=\frac{3}{4}$	**1p**
	$a=3;\ b=\frac{9}{4}; c=54$	**1p**

2.)	$\sqrt{192}=8\sqrt{3}, \sqrt{243}=9\sqrt{3}, \sqrt{147}=7\sqrt{3}$	**2p**
	$\sqrt{\frac{16+8\sqrt{3}}{18+9\sqrt{3}}} > \sqrt{\frac{7+7\sqrt{3}}{8+8\sqrt{3}}}$	**1p**
	$\sqrt{\frac{8\cdot(2+\sqrt{3})}{9\cdot(2+\sqrt{3})}} > \sqrt{\frac{7\cdot(1+\sqrt{3})}{8\cdot(1+\sqrt{3})}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{8}{9}} > \sqrt{\frac{7}{8}}$	**2p**
	$\frac{2\sqrt{2}}{3} > \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow 2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2} > 3\cdot\sqrt{7} \Leftrightarrow 8 > 3\sqrt{7} \Leftrightarrow 64 > 63$ adevărat	**2p**

3.)	Desen	**1p**
	a) *AB* diametru ⇒ Δ*ADB* tr.dreptunghic în *D* ⇒ $\sphericalangle ADB=90°, \sphericalangle B=60°$.	**2p**
	$\sphericalangle B=60°=\sphericalangle BOC$ unghiuri alterne interne ⇒ *OC* ∥ *BD*, *BD* ⊥ *AD* ⇒ *OC* ⊥ *AD*.	**1p**
	b) Δ*BOC*: *OB* = *OC* = r, $\sphericalangle BOC=60°$⇒ Δ*BOC* tr. echilateral, *BC* = *OC* = *OB* (1)	**1p**
	DO mediană în tr. dreptunghic ⇒ *DO* = *AB*/2 = *OB* (sau *DO* = *OB* = r) Δ*BOD* isoscel, $\sphericalangle B=60°$ ⇒ Δ*BOD* echilateral ⇒ *BO* = *DO* = *DB* (2)	**1p**
	Din (1) și (2) ⇒ *BCOD* romb.	**1p**

4.)	Desen	**1p**
	a) Din relația *AB* = 2*AD* = 2*BC* = 2*CD* avem *AB* > *AD*, *AD* = *BC* = *CD* = *AB/2*.	**1p**
	Fie *O* mijlocul lui *AB*. Atunci *AO* = *OB* = *AB*/2 = *BC* = *DC* = *AD*. *OA* ∥ *DC*, *OA* = *DC* = *AD* ⇒*AOCD* este romb ⇒ Δ*BOC* este echilateral	**2p**
	$\sphericalangle B=60°=\sphericalangle A, \sphericalangle D=\sphericalangle C=120°$	**1p**
	b) $\Delta AOD \equiv \Delta DOC \equiv \Delta BOC \Rightarrow A_{AOD}=A_{ABCD}:3=45=A_{AOCD}:2=A_{ACD}$	**2p**