

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ – OLIMPIADA SATELOR DIN
ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ

2 aprilie 2022

CLASA A VI-A

- 1.) Determinați numerele a, b, c știind că $\frac{a+b}{5} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{8}$ și $5a + 3b + 2c = 62$.
- 2.) Andrei încearcă să își aducă aminte data de naștere a bunicii. Fiind pasionat de matematică el își aduce aminte că ziua în care este născută bunica sa este un număr prim, format din două cifre care sunt la rândul lor numere prime, luna este suma cifrelor zilei, iar anul este de forma \overline{abcd} , unde \overline{ab} și \overline{cd} sunt numere prime astfel încât $\overline{cd} - \overline{ab} = 12$. Știind că în 2022, bunica nu are mai mult de 95 ani, să se determine data de naștere a bunicii.
- 3.) Pe o dreaptă AB se alege un punct O . Prin punctul O , de aceeași parte a dreptei AB se construiesc semidreptele OC, OD, OE , în sensul de la A la B , astfel încât $\angle EOB = 60^\circ$, $\angle DOE = \frac{1}{5} \cdot \angle DOB$ și $\angle COD = \frac{3}{8} \cdot \angle COB$.
Aflați măsurile unghiurilor DOE și COD .
- 4.) În triunghiul ABC pe latura AB se iau punctele P și S , iar pe latura AC punctele Q și T astfel încât $AP \equiv AQ$ și $AS \equiv AT$. Dacă $PT \cap SQ = \{I\}$, arătați că AI este bisectoarea unghiului BAC .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 7 puncte.

Timp de lucru 2 ore

A ROMÁNIAI FALVAK OLIMPIÁJA - ORSZÁGOS MATEMATIKAVESENÝ
MEGYEI SZAKASZ

2022. április 2.

VI. OSZTÁLY

- 1.) Határozd meg az a, b, c számokat tudva, hogy $\frac{a+b}{5} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{8}$ és $5a + 3b + 2c = 62$.
- 2.) András megpróbálja felidézni a nagymamája születési dátumát. Mivel szenvedélye a matematika, emlékszik, hogy a nagymamája születésének napja egy kétjegyű prímszám, melynek számjegyei is prímek. A hónapot a nap számjegyeinek összege adja meg, az évszám pedig \overline{abcd} alakú szám, ahol \overline{ab} és \overline{cd} olyan prímszámok, amelyekre igaz, hogy $\overline{cd} - \overline{ab} = 12$. Tudva, hogy 2022-ben a nagymama nem idősebb 95 évnél, határozd meg a születési dátumát!
- 3.) Egy AB egyenesen felvesszünk egy O pontot. Az O ponton keresztül, az AB egyenes ugyanazon oldalán, megszerkesztjük a OC, OD, OE , félegyenéseket az A – tól a B irányába úgy, hogy $\angle EOB = 60^\circ$, $\angle DOE = \frac{1}{5} \cdot \angle DOB$ és $\angle COD = \frac{3}{8} \cdot \angle COB$.
Számítsd ki a DOE és COD szögek mértékét!
- 4.) Az ABC háromszög AB oldalán felvesszük a P és S pontokat, az AC oldalán pedig a Q és T pontokat úgy, hogy $AP \equiv AQ$ és $AS \equiv AT$. Ha $PT \cap SQ = \{I\}$, akkor igazold, hogy az AI félegyenes a BAC szög szögfelezője!

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 7 pontot ér.

Munkaidő 2 óra.

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ – OLIMPIADA SATELOR DIN
ROMÂNIA
ETAPA JUDEȚEANĂ - 2 aprilie 2022
BAREM DE NOTARE
CLASA A VI -A**

1.)	$\frac{a+b}{5} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{8} = k, \Rightarrow a+b=5k, b+c=7k, c+a=8k$	1 p
	$2 \cdot (a+b+c) = 20k \Rightarrow a+b+c=10k$	2 p
	Înlocuind, obținem $5k+c=10k$, de unde $c=5k, \Rightarrow b=2k, \Rightarrow a=3k$	2 p
	$5 \cdot 3k + 3 \cdot 2k + 2 \cdot 5k = 62 \Rightarrow 31k = 62$	1 p
	$k=2 \Rightarrow a=6, b=4, c=10$	1 p

2.)	Din datele problemei avem: $2022-95=1927 \Rightarrow \overline{abcd} \geq 1927 \Rightarrow \overline{ab} = 19$ nr. prim	2 p
	$\overline{cd} - 19 = 12 \Rightarrow \overline{cd} = 31$ nr. prim, deci anul nașterii este 1931.	1 p
	Ziua de naștere este nr. prim, cu cifre numere prime, deci singura soluție este 23	2 p
	Luna este suma cifrelor zilei de naștere, adică $2+3=5$	1 p
	Data de naștere a bunicii este: 23.05.1931	1 p

3.)	Desen	1 p
	$D\hat{O}E = \frac{1}{5} \cdot D\hat{O}B \Rightarrow E\hat{O}B = \frac{4}{5} D\hat{O}B \Rightarrow D\hat{O}B = \frac{5}{4} \cdot 60^\circ$	2 p
	$\Rightarrow D\hat{O}B = 75^\circ \Rightarrow D\hat{O}E = 15^\circ$	1 p
	$C\hat{O}D = \frac{3}{8} \cdot C\hat{O}B \Rightarrow D\hat{O}B = \frac{5}{8} C\hat{O}B \Rightarrow C\hat{O}B = \frac{8}{5} \cdot 75^\circ$	2 p
	$\Rightarrow C\hat{O}B = 120^\circ \Rightarrow C\hat{O}D = 45^\circ$	1 p

4.)	Desen	1 p
	Din ipoteză (cazul L.U.L.) $\Rightarrow \triangle APT \equiv \triangle AQS, \Rightarrow P\hat{S}I \equiv Q\hat{T}I, I\hat{P}S \equiv I\hat{Q}T$	2 p
	Deoarece $PS \equiv QT \Rightarrow (U.L.U.), \triangle SPI \equiv \triangle TQI$, de unde obținem $SI \equiv TI$	2 p
	Cazul L.L.L. $\Rightarrow \triangle ASI \equiv \triangle ATI \Rightarrow S\hat{A}I \equiv T\hat{A}I$, deci AI este bisectoare.	2 p