

MATEMATIKA OLIMPIA

KÖRZETI SZAKASZ

2016. január 30.

VIII. OSZTÁLY

- 1.) Állapítsd meg, hogy igazak-e az alábbi kijelentések:

$$(K_1): (\sqrt{14} - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{5 + \sqrt{21}} \text{ természetes szám!}$$

$$(K_2): 5^{27} \in (2^{63}; \infty)$$

$$(K_3): (-1)^n + (-1)^{m+n} + (-1)^m + (-1)^{m \cdot n} \text{ osztható 4-gyel, bármely } m, n \in \mathbb{N} \\ \text{esetén, ahol } n \text{ páros!}$$

- 2.) Számítsd ki az $\frac{a^8 + a^7 + a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1}{a^4}$ kifejezés értékét, ha $a + \frac{1}{a} = 5$.

- 3.) Legyen $ABCD$ egy rombusz úgy, hogy $AB \subset \alpha$ és a rombusz síkja az α síkkal 45° -os szöget zár be. Számítsd ki a rombusz átlói és az α sík által bezárt szögek szinusztát, ha a rombusz átlói 6 cm, illetve 8 cm hosszúak!

- 4.) Tekintsük az $ABCD A' B' C' D'$ téglatestet, amelyben $AB = AA' = 2a$ és $BC = a$.

Legyenek M , N , P az AB , DD' , illetve $D'C'$ élek felezőpontjai.

- a) Mennyi az AN és MC egyenesek szögének mértéke?
b) Számítsd ki a P pont távolságát a $(DD' B')$ síktól!

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.