MATEMATIKA OLIMPIÁSZ

KÖRZETI SZAKASZ

2020. február 8.

X. OSZTÁLY

1.) Adott $z=\dfrac{\sqrt{3}+i}{1-i}\in\mathbb{C}$. Határozd meg az $x\in\mathbb{C}$ számot, amelyre $x^3+z^{12}=0$.

2.) Oldjátok meg $\log_2(x+1)\cdot\log_2(x-1)=\log_2(x^3+x^2-x-1)-2,\ x\in\mathbb{R}$ egyenletet!

3.) Oldjátok meg a valós számok halmazán az $x^3=6+\sqrt[3]{x+6}$ egyenletet!

4.) **a)** Legyenek $z_1,z_2,z_3\in\mathbb{C}$ úgy, hogy $z_1+z_2+z_3\neq 0$, $z_1^2+z_2^2+z_3^2=0$ és $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$.
Mutassátok ki, hogy $|z_1+z_2+z_3|=2$.

b) Ha $z_k\in\mathbb{C}$ a $|z|^2+\overline{z}=1-i$ egyenlet gyökei számítsátok ki z_k^{8n}, $n\geq 1$, $k\in\{1,2\}$.

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra