OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
8 februarie 2020

CLASA A VII-A

1.) Comparați numerele $A=\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}+\sqrt{32}+\sqrt{50}+...+\sqrt{1922}$ şi

$$B=\sqrt{2^{12}+2^{15}}\cdot\left(\frac{\sqrt{6}}{9}\right)^{-1}.$$

2.) Fie numerele

$$a=\frac{1}{7}+\frac{9}{14}+\frac{10}{21}+\frac{11}{28}+...+\frac{70}{441}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{63}\right) \quad \text{și}$$

$$b=\sqrt{1}+\sqrt{1+3+5}+\sqrt{1+3+5+7+9}+\sqrt{1+3+5+7+9+11+13}+...+\sqrt{1+3+5+...+2021}.$$

Arătați că numerele a și b sunt numere naturale pătrate perfecte.

3.) Fie $ABCD$ un dreptunghi și fie E mijlocul segmentului DC. Notăm cu F punctul de intersecție a dreptelor AE și BC.

a) Arătați că dreptele DF și AC sunt paralele.

b) A câta parte reprezintă aria triunghiului AEC din aria patrulaterului $ABFD$?

4.) Fie $ABCD$ un pătrat și BE bisectoarea unghiului $\sphericalangle ABD$, $E\in AD$. Fie M intersecția dreptelor BE și AC, iar perpendiculara în M pe BE taie dreptele CD și BD în punctele F și T.

a) Arătați că triunghiul DET este isoscel.

b) Arătați că dreptele EF și AC sunt paralele.

c) Arătați că $ET\perp BF$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore