

MATEMATIKA OLIMPIÁSZ**KÖRZETI SZAKASZ**

2020. február 8.

VIII. OSZTÁLY

- 1.) Mutasd ki, hogy bármely n természetes szám esetén a $\frac{36^n + 11 \cdot 6^n + 28}{5 \cdot 6^n + 35}$ tört értéke természetes szám.

- 2.) Adott:

$$a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \dots + \frac{\sqrt{25}-\sqrt{24}}{\sqrt{600}} \text{ és}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}+2} + \left(\frac{2}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}} \right)^{-2}.$$

Számítsd ki az a és b számok értékét, majd igazold, hogy $(b-a)^{-1} \in \mathbb{N}$.

- 3.) Adott ABC egy, A -ban derékszögű háromszög, amelyben $m(\sphericalangle C) = 15^\circ$ és $BC = 20$ cm. A A háromszög síkjára az $AM = 12$ cm hosszúságú merőleges szakaszt állítjuk.

- Ha D a BC átfogó felezőpontja, számítsd ki az MD egyenes és az (ABC) sík által alkotott szög tangensének értékét.
- Számítsd ki az MBC háromszög területét.

- 4.) Az $ABCD A'B'C'D'$ szabályos négyoldalú hasámban $AB = 4$ cm és $AA' = 3\sqrt{6}$ cm.

Legyen M és N az AB , illetve a BC él felezőpontja.

- Igazold, hogy az $A'C'$ egyenes párhuzamos a $(D'MN)$ síkkal.
- Számítsd ki a $(D'MN)$ és (ABC) síkok által közrezárt szög mértékét.
- Számítsd ki D pont távolságát a $(D'MN)$ síktól.

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.