

**MATEMATIKA OLIMPIÁSZ**

**KÖRZETI SZAKASZ**

**2020. február 8.**

**VII. OSZTÁLY**

- 1.) Hasonlítsd össze az  $A = \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} + \sqrt{50} + \dots + \sqrt{1922}$  és

$$B = \sqrt{2^{12} + 2^{15}} \cdot \left( \frac{\sqrt{6}}{9} \right)^{-1} \text{ számokat.}$$

- 2.) Adottak az alábbi számok:

$$a = \frac{1}{7} + \frac{9}{14} + \frac{10}{21} + \frac{11}{28} + \dots + \frac{70}{441} - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{63} \right) \text{ és}$$

$$b = \sqrt{1} + \sqrt{1+3+5} + \sqrt{1+3+5+7+9} + \sqrt{1+3+5+7+9+11+13} + \dots + \sqrt{1+3+5+\dots+2021}.$$

Mutasd ki, hogy az  $a$  és  $b$  természetes számok négyzetszámok.

- 3.) Adott az  $ABCD$  téglalap és legyen  $E$  a  $DC$  oldal felezőpontja. Legyen  $F$  az  $AE$  és  $BC$  egyenesek metszéspontja.

- a) Igazold, hogy  $DF$  és  $AC$  párhuzamos egyenesek.
- b) Az  $AEC$  háromszög területe hányad része az  $ABFD$  négyszög területének?

- 4.) Adott az  $ABCD$  négyzet, amelyben  $BE$  az  $ABD$  szögfelezője,  $E \in AD$ , az  $M$  pedig a  $BE$  és  $AC$  egyenesek metszéspontja. Az  $M$  pontban a  $BE$  egyenesre emelt merőleges a  $CD$  és  $BD$  egyeneseket az  $F$  és  $T$  pontokban metszi.

- a) Bizonyítsd be, hogy a  $DET$  háromszög egyenlő szárú.
- b) Igazold, hogy  $EF$  és  $AC$  párhuzamos egyenesek.
- c) Mutasd ki, hogy  $ET \perp BF$ .

**Megjegyzés:**

**Minden feladat kötelező.**

**Minden feladat 10 pontot ér.**

**Munkaidő 3 óra.**