

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ

8 februarie 2020

CLASA A VIII-A

- 1.) Arătați că pentru orice număr natural n valoarea fracției $\frac{36^n + 11 \cdot 6^n + 28}{5 \cdot 6^n + 35}$ este număr natural.

- 2.) Se consideră numerele:

$$a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \dots + \frac{\sqrt{25}-\sqrt{24}}{\sqrt{600}} \text{ și}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}+2} + \left(\frac{2}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}} \right)^{-2}.$$

Calculați valoarea numerelor a și b , apoi arătați că $(b-a)^{-1} \in \mathbb{N}$.

- 3.) Fie ABC un triunghi dreptunghic în A , cu $m(\sphericalangle C) = 15^\circ$ și $BC = 20$ cm. Pe planul triunghiului se ridică perpendiculara în vârful A pe care se consideră un punct M , astfel încât $AM = 12$ cm.

- a) Dacă D este mijlocul ipotenuzei BC , determinați tangenta unghiului format de dreapta MD și planul (ABC) .
b) Calculați aria triunghiului MBC .

- 4.) În prisma patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$, avem $AB = 4$ cm și $AA' = 3\sqrt{6}$ cm.

Fie M și N mijloacele muchiilor AB și BC .

- a) Demonstrați că dreapta $A'C'$ este paralelă cu planul $(D'MN)$.
b) Calculați măsura unghiului determinat de planele $(D'MN)$ și (ABC) .
c) Calculați distanța punctului D de la planul $(D'MN)$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore