Ministerul Educației

Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 2023

CLASA a VI-a

Problema 1. Elementele unei mulțimi A sunt 13 numere naturale consecutive, elementele unei mulțimi B sunt 12 numere naturale consecutive, iar elementele mulțimii $A \cup B$ sunt 15 numere naturale consecutive.

a) Determinați numărul elementelor mulțimii $A \setminus B$.

b) Dacă, în plus, suma elementelor mulțimii A este egală cu suma elementelor mulțimii B, determinați cele două mulțimi.

Gazeta Matematică

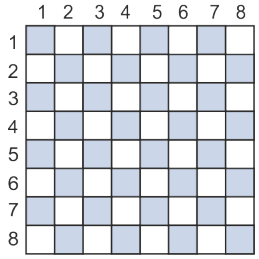
Problema 2. Fie ABC un triunghi isoscel, cu $AB = AC$ și $\sphericalangle ABC = 72°$. Pe dreapta BC considerăm punctul D astfel încât C să aparțină segmentului BD și $CD = AB$.

a) Arătați că AC este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAD$.

b) Pe paralela la AB dusă prin D luăm punctul E, în același semiplan cu A față de BD, astfel încât $DE = DB$. Fie F punctul de intersecție a dreptelor AD și BE. Demonstrați că dreptele AC și AE sunt perpendiculare și $AF = FC = BC$.

Problema 3. Considerăm tabloul din figura alăturată. În fiecare pătrățel al lui scriem câte un număr întreg, astfel încât suma numerelor scrise în pătrățelele albe să fie 23, iar suma numerelor scrise în pătrățelele de pe coloanele cu număr impar să fie 40. Înlocuim apoi numerele din pătrățelele albe cu opusele lor.

Cât este acum suma numerelor din pătrățelele de pe liniile cu număr impar?



Problema 4. Determinați numerele naturale n pentru care cel mai mare divizor prim al numărului $n^2 + 2$ este egal cu cel mai mare divizor prim al numărului $n^2 + 2n + 3$.

Timp de lucru 2 ore. Se adaugă 30 minute pentru întrebări
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.