

Országos Matematika Olimpia
Megyei forduló - 2023. március 11.

VI. OSZTÁLY

1. feladat. Az A halmaz elemei 13 egymás utáni természetes szám, a B halmaz elemei 12 egymás utáni természetes szám, az $A \cup B$ halmaz elemei 15 egymás utáni természetes szám.

a) Határozd meg az $A \setminus B$ halmaz elemeinek számát!

b) Ha ráadásul az A halmaz elemeinek összege egyenlő a B halmaz elemeinek összegével, határozd meg a két halmazt!

Gazeta Matematică

2. feladat. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $AB = AC$ és $\widehat{ABC} = 72^\circ$. A BC egyenesen felvesszük a D pontot úgy, hogy C rajta legyen a BD szakaszon és $CD = AB$.

a) Igazold, hogy AC a \widehat{BAD} szög szögfelezője!

b) A D ponton át az AB -vel húzott párhuzamoson vegyük fel az E pontot a BD egyenes ugyanazon oldalán, mint amelyen az A pont van, úgy, hogy $DE = DB$. Legyen F az AD és BE egyenesek metszéspontja. Bizonyítsd be, hogy az AC és AE egyenesek merőlegesek egymásra és $AF = FC = BC$.

3. feladat. A mellékelt táblázat minden kis négyzetébe írunk egy-egy egész számot úgy, hogy a fehér négyzetekbe írt számok összege 23 legyen, a páratlan sorszámú oszlopokban lévő négyzetekbe írt számok összege 40 legyen. Ezután a fehér négyzetekben lévő számokat az ellentettjükkal helyettesítjük.

Mennyi lett a páratlan sorszámú sorokban lévő négyzetekben a számok összege?

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

4. feladat. Határozd meg azokat az n természetes számokat, amelyekre az $n^2 + 2$ és az $n^2 + 2n + 3$ természetes számok legnagyobb prím osztója ugyanaz.

Munkaidő 2 óra + 30 perc a feladatok kijelentésével kapcsolatos kérdések megválaszolására.

Minden feladatra 7 pont szerezhető.