



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘIETAPA JUDEȚEANĂ
26 martie 2022
Filiera tehnologică – toate profilurileFACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

IX. osztály

1. feladat.

Legyen $(a_n)_{n \geq 1}$ egy számtani haladvány, pozitív tagokkal.

a) Számítsuk ki a haladvány első 30 tagjának az összegét, ha $a_{11} + a_{14} + a_{17} + a_{20} = 182$.

b) Tudván, hogy $S = 1 + \frac{a_2}{\sqrt{a_1 a_3}} + \frac{a_3}{\sqrt{a_2 a_4}} + \frac{a_4}{\sqrt{a_3 a_5}} + \dots + \frac{a_n}{\sqrt{a_{n-1} a_{n+1}}}$ és $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ bizonyítsátok be, hogy $S \geq n$.

2. feladat.

Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x + 1$ függvény és az $S_n = \frac{1}{f(0) \cdot f(1)} + \frac{1}{f(1) \cdot f(2)} + \dots + \frac{1}{f(n-1) \cdot f(n)}$ szám,

ahol n egy nullától különböző természetes szám.

a) Ellenőrizték a következő egyenlőséget $\frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4n-3} - \frac{1}{4n+1} \right)$ bármelyik n , nullától különböző természetes szám esetén.

b) Bizonyítsátok be, hogy $S_n = \frac{n}{4n+1}$ ahol n egy nullától különböző természetes szám.

c) Legyen "o" a függvények összetevésének műveleti jele. Igazoljátok, hogy $\left(\underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_{\text{de } n \text{ ori}} \right)(x) = 4^n x + 4^{n-1} + 4^{n-2} + \dots + 4 + 1$ minden $n \geq 2$, természetes számra.

3. feladat.

Az ABC háromszögben, D az $[AC]$ oldal középpontja és M egy pont úgy, hogy $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

a) Igazoljátok, hogy $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MD}$.

b) Bizonyítsátok be, hogy $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

c) Igazoljátok, hogy az MD és AB egyenesek párhuzamosak.

4. feladat.

Egy sík felületen, egy robot az A_1 pontból az A_2 pontba ugrik, az ugrás hossza (az A_1 és A_2 közötti távolság) 3 cm. A robot folytatja az ugrásokat, minden ugrás az előző ugrás hosszának kétszerese.

a) Milyen távolságot tett meg a robot 10 ugrás után?

b) Lehetséges-e, hogy egy bizonyos számú ugrás után a robot újra az A_1 ponba érkezzen?

Megjegyzés: Munkaidő: 3 óra; Minden feladat kötelező. Minden feladatra 0 és 7 pont közötti pontszám szerezhető