

**Examenul de bacalaureat 2012**  
**Proba E.c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 5**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*  
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. TÉTEL**

**(30 punct)**

- 5p** 1. Számítsd ki az  $(1+i)^2$  komplex szám modulusát.
- 5p** 2. Határozd meg az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x$  és  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = -x - 2$  függvények grafikus képeinek metszéspontját!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $2^{x+1} \leq 4$  egyenlőtlenséget!
- 5p** 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy véletlenszerűen kiválasztva az  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  halmaz egy háromelemű részhalmazát, ennek elemei egy számtani haladvány egymás utáni tagjai legyenek!
- 5p** 5. Adottak az  $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j}$  és  $\vec{v} = a\vec{i} - \vec{j}$  vektorok. Határozd meg az  $a$  valós értékét, amelyre  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$ .
- 5p** 6. Számítsd ki az  $ABC$  háromszög  $A$  szögének koszinuszát ha  $AB = 4$ ,  $AC = 5$  és  $BC = 7$ .

**II. TÉTEL**

**(30 pont)**

1. Adott a  $\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + y + mz = 0 \end{cases}$  egyenletrendszer, ahol  $m \in \mathbb{R}$ .
- 5p** a) Számítsd ki a rendszer mátrixának determinánsát!
- 5p** b) Határozd meg a az  $m$  valós értékeit, amelyekre az egyenletrendszernek egyetlen megoldása van!
- 5p** c) Az  $m = 2$  esetben, határozd meg az egyenletrendszernek azt az  $(x_0, y_0, z_0)$  megoldását amelyre  $x_0 > 0$  és  $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 3$ .
2. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrix és a  $G = \{X(p) = I_2 + pA \mid p \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}\}$  halmaz.
- 5p** a) Igazold, hogy  $X(p) \cdot X(q) \in G$ , bármely  $X(p), X(q) \in G$  esetén!
- 5p** b) Feltételezve, hogy a  $(G, \cdot)$  egy  $X(0)$  semleges elemű, kommutatív csoport, határozd meg az  $X(p)$  elem inverzét ebben a csoportban!
- 5p** c) Oldd meg az  $(X(p))^3 = I_2 + 7A$  egyenletet, ahol  $X(p) \in G$ !

**III. TÉTEL**

**(30 pont)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 12x$  függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy a függvény növekvő a  $[2, +\infty)$  intervallumon!
- 5p** b) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{f(x)}$  határértéket!
- 5p** c) Határozd meg az  $a$  valós értékeit, amelyekre az  $f(x) = a$  egyenletnek három különböző valós gyöke van!
2. Adott az  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$  függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy az  $f$  függvény bármely primitív függvénye szigorúan növekvő a  $(-1, +\infty)$  intervallumon!
- 5p** b) Számítsd ki az  $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$  értéket!
- 5p** c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\int_0^{2x} f(t) dt}$  határértéket!