Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(1+i)^2=2i$ $\|2i\|=2$	**3p** **2p**
2.	$f(x)=g(x)\Rightarrow x^2+3x+2=0$ $x_1=-1\Rightarrow y_1=-1$ $x_2=-2\Rightarrow y_2=0$	**1p** **2p** **2p**
3.	$2^{x+1}\le 2^2$ $x+1\le 2$ $S=(-\infty,1]$	**1p** **2p** **2p**
4.	$p=\frac{\text{nr.cazuri favorabile}}{\text{nr.cazuri posibile}}$ Submulțimile cu 3 termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice sunt: $\{1,2,3\}$, $\{2,3,4\}$, $\{3,4,5\}$ şi $\{1,3,5\}\Rightarrow$ 4 cazuri favorabile Numărul submulțimilor cu 3 elemente este $C_5^3=10\Rightarrow$ 10 cazuri posibile $p=\frac{2}{5}$	**1p** **2p** **1p** **1p**
5.	$\vec{u}\cdot\vec{v}=3\Leftrightarrow a+2=3$ $a=1$	**4p** **1p**
6.	$\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}$ $\cos A=-\frac{1}{5}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A=\begin{pmatrix}2&1&3\\1&2&3\\1&1&m\end{pmatrix}$ $\det A=3m-6$	**2p** **3p**
b)	Sistemul are o soluție unică dacă şi numai dacă $\det A\ne 0$ Finalizare: $m\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$	**2p** **3p**

c)	$\det A = 0$ și $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0$, deci matricea sistemului are rangul doi	**1p**
	$z = \alpha \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = -3\alpha \\ x + 2y = -3\alpha \end{cases} \Rightarrow x = -\alpha,\ y = -\alpha$	**2p**
	${x_0}^2 + {y_0}^2 + {z_0}^2 = 3 \Rightarrow (-\alpha)^2 + (-\alpha)^2 + \alpha^2 = 3 \Rightarrow \alpha \in \{-1, 1\}$	**1p**
	Soluția este $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, -1)$	**1p**
2.a)	$X(p) \cdot X(q) = X(p + q + pq)$	**3p**
	$p, q \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \Rightarrow (p+1)(q+1) \neq 0 \Rightarrow p + q + pq \neq -1$, deci $X(p + q + pq) \in G$	**2p**
b)	Pentru orice $X(p) \in G$, există $X\left(-\dfrac{p}{1+p}\right)$ astfel încât $X(p) \cdot X\left(-\dfrac{p}{1+p}\right) = X(0)$	**3p**
	$-\dfrac{p}{1+p} \neq -1 \Rightarrow X\left(-\dfrac{p}{1+p}\right) \in G$ și $X\left(-\dfrac{p}{1+p}\right)$ este inversul lui $X(p)$	**2p**
c)	$(X(p))^3 = X(7)$	**1p**
	$(X(p))^3 = X((p+1)^3 - 1)$	**3p**
	$(p+1)^3 = 8$, deci $p = 1$ și soluția este $X(1)$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 3x^2 - 12$	**3p**
	$f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in [2, +\infty)$, deci *f* este crescătoare pe $[2, +\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	**2p**
	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{f(x)} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{3x^2 - 12} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{6x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{6} = +\infty$	**3p**
c)	Șirul lui Rolle pentru funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = f(x) - a$ este $-\infty, 16 - a, -16 - a, +\infty$	**3p**
	Ecuația are trei soluții reale distincte dacă și numai dacă $a \in (-16, 16)$	**2p**
2.a)	$F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$	**2p**
	$f(x) > 0$ pentru orice $x \in (-1, +\infty)$	**1p**
	F este strict crescătoare	**2p**
b)	$\int_0^1 \dfrac{f(x)}{x+1} dx = \int_0^1 \dfrac{2x+3}{(x+1)(x+2)} dx = \int_0^1 \dfrac{dx}{x+1} + \int_0^1 \dfrac{dx}{x+2} =$	**3p**
	$= \ln(x+1) \Big\|_0^1 + \ln(x+2) \Big\|_0^1 = \ln 3$	**2p**
c)	$\int_x^{2x} f(t)\,dt = \left(2t - \ln(t+2)\right) \Big\|_x^{2x} = 2x - \ln\dfrac{2x+2}{x+2}$, pentru $x > 0$	**3p**
	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x - \ln\dfrac{2x+2}{x+2}}{x} = 2$	**2p**