Examenul de bacalaureat 2018
Simularea probei E.c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ *M_matematică-informatică*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică. **Varianta 1**

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**
- **Se cordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\because 3,15,y \Leftrightarrow 15^2 = y\cdot 3 \Rightarrow y=75$ $\div 3,x,y \Leftrightarrow 2x=y+3 \Rightarrow 2x=78 \Rightarrow x=39$	**2p** **3p**
2.	Condiții de existență: $\frac{4-x^2}{x+1}\geq 0$ și $x+1\neq 0$ $x\in(-\infty,2]\cup(-1,2]$	**2p** **3p**
3.	$\Delta=\left(b^2+c^2-a^2\right)^2-4b^2c^2=(b-c-a)(b-c+a)(b+c+a)(b+c-a)$ Cum a,b,c sunt laturile unui triunghi, rezultă: $a,b,c\in(0,+\infty)$ și $a<b+c,\ b<a+c$ și $c<a+b$ de unde obținem $\Delta<0$	**2p** **2p** **1p**
4.	Vârfurile parabolelor $V_m(x_v,y_v)$ sunt situate pe prima bisectoare dacă $x_v=y_v$ $x_v=-\frac{b}{2a}=-\frac{m}{m-1}$; $\Delta=4m$ și $y_v=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{m}{m-1}$ $\frac{x_v}{y_v}=1\Rightarrow x_v=y_v,\ \forall m\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$	**1p** **3p** **1p**
5.	Din $\triangle ABC \sim \triangle CMN \Rightarrow \frac{CM}{CA}=\frac{CN}{CB}=\frac{MN}{AB}=k$ de unde obținem relațiile: $\overrightarrow{CM}=k\overrightarrow{CA},\ \overrightarrow{CN}=k\overrightarrow{CB},\ \overrightarrow{MN}=k\overrightarrow{AB}$ Atunci: $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{CM}+\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}=k\overrightarrow{CA}+\frac{k}{2}\overrightarrow{AB}=k\left(\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)$ (1) și $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (2) Din relațiile (1) și (2) rezultă $\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{CE}\Rightarrow$ punctele *C,D* și *E* coliniare.	**1p** **1p** **1p** **1p** **1p**
6.	Din teorema cosinusului: $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\Rightarrow a=4\sqrt{2}$ $A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\ \cos A=\frac{3}{5}\Rightarrow \sin A=\frac{4}{5}$ din teorema sinusului $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ obținem $\sin B+\sin C=\frac{6\sqrt{2}}{5}$	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	Sistemul admite soluție unică $\Leftrightarrow \det A\neq 0$ $\det A=2a-2\neq 0\Rightarrow a\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$	**1p** **4p**
b)	Dacă $a=1$, sistemul $\begin{cases}x+y-z=1\\x+y-z=2\\-x+y+z=0\end{cases}$ este incompatibil. Dacă $a\neq 1$, sistemul este compatibil determinat, având soluția $\left(\frac{1}{1-a},1,\frac{a}{1-a}\right)$. Condiția $x+y+z=4$ este echivalentă cu $a=\frac{1}{2}$.	**1p** **3p** **1p**

c)	Pentru $a\neq 1$ soluția $\left(\frac{1}{1-a},1,\frac{a}{1-a}\right)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\Leftrightarrow\frac{1}{1-a}\in\mathbb{Z}$ și $\frac{a}{1-a}\in\mathbb{Z}$ $\frac{a}{1-a}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow -1+\frac{1}{1-a}\in\mathbb{Z}$ de unde $\frac{1}{1-a}\in\mathbb{Z}$ $\frac{1}{1-a}\in\mathbb{Z}\Rightarrow 1-a\in\{-1,1\}\Rightarrow -a\in\{-2,0\}\Rightarrow a\in\{0,2\}$	**2p** **1p** **2p**
2. a)	$x*y=xy+2x+2y+2=x(y+2)+2(y+2)-2=(x+2)(y+2)-2,\ \forall x,y\in H$	**5p**
b)	**1.** H parte stabilă în raport cu „ $*$ ” dacă $\forall x,y\in H$ avem $x*y\in H$ $\forall x\in H\Rightarrow x\in[-3,-1]\Leftrightarrow -3\le x\le -1\Leftrightarrow -1\le x+2\le 1\Leftrightarrow \lvert x+2\rvert\le 1$ și în mod analog $\lvert y+2\rvert\le 1$ Obținem $\lvert(x+2)(y+2)\rvert\le 1\Leftrightarrow x*y\in H$ **2.** Asociativitate: $(x*y)*z=x*(y*z),\ \forall x,y,z\in H,$ $(x*y)*z=x*(y*z)=(x+2)(y+2)(z+2)-2$ **3.** Element neutru: $\exists e\in H$ a.î. $\forall x\in H,\ x*e=e*x=x$ $x*e=e*x=x\Leftrightarrow(x+2)(e+2)-2=(e+2)(x+2)-2=x$ obținem: $(x+2)(e+2)=x+2$ de unde pentru $x\neq -2$ avem $e=-1\in H$ pentru $x=-2$ avem $(-2)*(-1)=(-1)*(-2)=-2$. Rezultă $e=-1,\ \forall x\in H$ Din 1., 2. și 3. rezultă $(H,*)$ monoid	**2p** **1p** **2p**
c)	$(G,*)$ este grup dacă $e=-1\in G$ și orice element x din G este simetrizabil în raport cu "$*$". Un element $x\in G$ este simetrizabil dacă $\exists x'\in G$, a.î. $x*x'=x'*x=-1$. Obținem $x'=\frac{-2x-3}{x+2}$ Cum $x'\in G$, obținem inecuația $-3\le\frac{-2x-3}{x+2}\le -1$ cu soluția $x\in(-\infty,-3]\cup[-1,+\infty)$ dar $x\in[-3-1]$ de unde se obține $x\in\{-3,-1\}$. Deci $G=\{-3,-1\}$ sau $G=\{-1\}$	**1p** **2p** **1p** **1p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=x-\frac{1}{x},\ f''(x)=1+\frac{1}{x^2}$ Rezultă $f''(x)\ge 0,\ \forall x\in(0,+\infty)\Rightarrow f$ este convexă pe $(0,+\infty)$	**2p** **3p**
b)	f este strict descrescătoare pe $(0,1]$ și f este strict crescătoare pe $[1,+\infty)$ $f_{\min}=\frac{1}{2}$, deci $f(x)\ge\frac{1}{2}$ de unde rezultă $\ln x\le\frac{x^2-1}{2}$	**2p** **2p** **1p**
c)	Din punctul b). rezultă $m\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$	**5p**
2.a)	*f* continuă pe intervalele $(-\infty,0)$ și $(0,+\infty)$ (funcții elementare și compunere de funcții elementare) Cum $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\sqrt{x^2+6x+9}=3$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\ge 0}}(2x+3)=3$ și f(0) = 3 obținem *f* continuă în punctul $x=0$ $\Rightarrow$ *f* continuă pe $\mathbb{R}$, deci admite primitive	**1p** **2p** **2p**
b)	$\sqrt{x^2+6x+9}=\lvert x+3\rvert=\begin{cases}-x-3, & x<-3\\ x+3, & -3\le x<0\end{cases}$ $\Rightarrow$ luând în considerare și condițiile de continuitate $F(x)=\begin{cases}-\frac{x^2}{2}-3x+c, & x<-3\\ \frac{x^2}{2}+3x+9+c, & -3\le x<0\\ x^2+3x+9+c, & x\ge 0\end{cases}$,	**3p** **2p**
c)	$F(-3)=\frac{9}{2}+c$, $F(0)=9+c\Rightarrow\ 2c+9+\frac{9}{2}=-\frac{9}{2}\Rightarrow c=-9$ și înlocuirea lui c în expresia primitivei.	**5p**