Examenul de bacalaureat 2018
Simularea probei E.c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ *M_st-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii. **Varianta 1**

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2016 = M_6,\ 2017 = M_6 + 1,\ 2018 = M_6 + 2$	**1p**
	$0,\left(\overline{z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6}\right) \Rightarrow z_{M_6+1} = z_1, ..., z_{M_6+5} = z_5, z_{M_6} = z_6$	**3p**
	$z_{2016} \cdot z_{2017} \cdot z_{2018} = 4 \cdot 2 \cdot 8 = 4^2$	**1p**
2.	$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 25 - 4 = 21$	**3p**
	$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{21}{2}$	**2p**
3.	$A = \left(-3, \frac{1}{2}\right]$	**2p**
	$B = \{-6, -5, ..., 0, 1, 2\}$	**2p**
	$A \cap B = \{-2, -1, 0\}$	**1p**
4.	$-\frac{\Delta}{4a} = 3$	**1p**
	$\Delta = 4 - 4m$	**1p**
	$m = 4$	**2p**
	$f(1) = 7$	**1p**
5.	$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ dreptunghic, $A = \frac{\pi}{2}$	**3p**
	$A = \frac{AB \cdot AC}{2}$, $A = \frac{1}{2}$	**2p**
6.	$O = G$, AM - mediană $\Rightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$, $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$	**4p**
	Rezultă $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$.	**1p**

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = a^2 + 1$	**3p**
	$a^2 + 1 > 0, \forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow \det(A) \neq 0$	**2p**
b)	$\Delta \neq 0 \overset{Cramer}{\Rightarrow}$ sistemul compatibil determinat $\Rightarrow x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$	**1p**
	$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{a^2+1}$, $\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & a & a \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = a \Rightarrow y = \frac{a}{a^2+1}$, $\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = a^2 \Rightarrow z = \frac{a^2}{a^2+1}$	**3p**
	$y^2 = xz \Rightarrow x, y, z$ în $\div$	**1p**

c)	$\det(A) \neq 0 \Rightarrow A$ inversabilă $\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot A^*$	**1p**
	$A^* = \begin{pmatrix} 1 & -a & a^2 \\ a & 1 & -a \\ -1 & a & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{a^2+1}\begin{pmatrix} 1 & -a & a^2 \\ a & 1 & -a \\ -1 & a & 1 \end{pmatrix}$	**4p**
2.a)	$x \circ y = x * y \Rightarrow (x-3)(y-3)+3 = x+y-3 \Leftrightarrow xy-4x-4y+15=0 \Leftrightarrow (x-4)(y-4)=1$	**2p**
	cum $x, y \in \mathbb{Z}$ rezultă $(x-4, y-4) \in \{(1,1);(-1,-1)\}$ și obținem $(x,y) \in \{(3,3);(5,5)\}$	**3p**
b)	$\forall x \in \mathbb{Z},\ x \circ a = 3 \Rightarrow (x-3)(a-3)+3=3$ $(x-3)(a-3)=0, \forall x \in \mathbb{Z}$ dacă $a = 3 \in \mathbb{Z}$	**2p** **3p**
c)	$\begin{cases} x*(y+1)=4 \\ (x-y)\circ 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ x-y=2 \end{cases}$	**3p**
	Soluția sistemului: $S = \{(4,2)\}$	**2p**

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x-3}{3x+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}$ ecuația asimptotei orizontale la $+\infty$ și $\nexists$ asimptotă oblică	**3p**
	$\lim\limits_{\substack{x\to-\frac{1}{3} \\ x>-\frac{1}{3}}} \frac{2x-3}{3x+1} = -\infty \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ ecuația asimptotei verticale	**2p**
b)	$f(0) = -3$	**1p**
	$f'(x) = \frac{11}{(3x+1)^2}$ de unde $f'(0) = 11$	**2p**
	Ecuația tangentei în punctul de abscisă $x_0 = 0$: $y - f(0) = f'(0)(x-0)$ $y = 11x - 3$	**2p**
c)	$f'(x) = \frac{11}{(3x+1)^2} > 0,$ dacă $x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right) \Rightarrow f$ este strict crescătoare	**2p**
	Cum $3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{54}$ și $2\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{56}$ avem $3\sqrt[3]{2} < 2\sqrt[3]{7}$	**2p**
	Rezultă $f\left(3\sqrt[3]{2}\right) < f\left(2\sqrt[3]{7}\right) \Leftrightarrow f\left(3\sqrt[3]{2}\right) - f\left(2\sqrt[3]{7}\right) < 0$	**1p**
2.a)	F derivabilă pe $(-1,+\infty)\setminus\{0\}$	**1p**
	$F'(x) = \left(\frac{\sqrt{x+1}}{x}\right)' = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot x - \sqrt{x+1}}{x^2} = \frac{\frac{x-2(x+1)}{2\sqrt{x+1}}}{x^2} = -\frac{x+2}{2x^2\sqrt{x+1}}$	**3p** **1p**
	$\Rightarrow F$ este o primitivă a funcției f.	
b)	$\int \sqrt{x+1} \cdot F(x)dx = \int \frac{x+1}{x}dx$	**2p**
	$\int \frac{x+1}{x}dx = \int \left(1+\frac{1}{x}\right)dx \overset{x>0}{=} x + \ln x + \mathbb{C},$	**3p**
c)	$\int [xf(x) + F(x)]dx = \int [xF'(x) + F(x)]dx =$	**1p**
	$= \int [xF(x)]' dx =$	**2p**
	$= xF(x) + C = \sqrt{x+1} + C$	**2p**