OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

30 ianuarie 2016

BAREM

CLASA A V-A

1.)	**Din oficiu**	**1p**
	$a+b+a+c=\overline{ac}$	**1p**
	$2a+b+c=10a+c \Leftrightarrow 2a+b=10a$	**2p**
	$b=8a$	**1p**
	a,b,c cifre $\Rightarrow a=1 \quad (a>1 \Rightarrow b>9)$	**1p**
	$b=8$	**1p**
	$c \in \{0,2,3,4,5,6,7,9\} \quad (a \neq b \neq c \Rightarrow c \notin \{1,4\})$	**1p**
	$\overline{abac} \in \{1810,1812,1813,1814,1815,1816,1817,1819\}$, deci există 8 soluții	**2p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	Dacă 17 dintre bile nu sunt verzi, atunci suma dintre numărul bilelor roşii şi numărul bilelor galbene este 17. Dacă 29 dintre bile nu sunt roşii, atunci suma dintre numărul bilelor verzi şi numărul bilelor galbene este 29.	**2p**
	Se observă că numărul bilelor galbene este un termen al ambelor sume, deci diferenţa de sume $29-17=12$ provine de la diferenţa celorlalţi termeni ale sumelor. Aşadar, diferenţa dintre numărul bilelor verzi şi numărul bilelor roşii este egal cu 12.	**2p**
	Din enunţul problemei rezultă că numărul bilelor verzi este de 2 ori numărul bilelor roşii. Cum diferenţa dintre numărul bilelor verzi şi numărul bilelor roşii este 12, iar pe de altă parte această diferenţă este egal cu numărul bilelor roşii, rezultă că numărul bilelor roşii este egal cu 12.	**3p**
	Numărul bilelor verzi este $2 \cdot 12 = 24$.	**1p**
	Numărul bilelor galbene este $29-24=5$.	**1p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
	Produsul $1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9$ se termină cu 6.	**2p**
	Aşadar, şi produsele $11\cdot12\cdot13\cdot14\cdot16\cdot17\cdot18\cdot19$, ..., $2001\cdot2002\cdot2003\cdot2004\cdot2006\cdot2007\cdot2008\cdot2009$ au pe rând ultima cifră 6. Deci, ultima cifră a produsului $(1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9)\cdot\ldots\cdot(2001\cdot2002\cdot2003\cdot2004\cdot2006\cdot2007\cdot2008\cdot2009)$ este egal cu ultima cifră a produsului $6\cdot6\cdot\ldots\cdot6$, care este 6.	**4p**
	Produsul $2011\cdot2012\cdot2013\cdot2014\cdot2016$ are ultima cifră 4.	**2p**
	Iar $6\cdot4=24$, deci cifra găsită de Paul este 4.	**1p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
	Din condiţiile problemei rezultă că $x^2 > 1900$. Deoarece $40^2 = 1600 < 1900$, ..., $43^2 = 1849 < 1900$, $44^2 = 1936$, $45^2 = 2025$, $46^2 = 2116$, rezultă că $x \geq 44$.	**3p**
	Anul naşterii este egal cu $x^2 - x$, deci valoarea lui $x^2 - x$ trebuie să fie între numerele 1900 şi 2000.	**2p**
	$44^2 - 44 = 1936 - 44 = 1892$, $1892 < 1900$ $45^2 - 45 = 2025 - 45 = 1980$, 1980 este între 1900 şi 2000. $46^2 - 46 = 2116 - 46 = 2070$, $2070 > 2000$	**3p**
	Deci, anul naşterii este 1980.	**1p**