CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

30 ianuarie 2016

BAREM

CLASA A XI-A

1.)	**Din oficiu**	**1p**
	Se arată că determinantul este egal cu $(1 - a - b - c)^2$	**8p**
	$(1 - a - b - c)^2 \geq 0$, oricare ar fi $a,b,c \in R$.	**1p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	a) Se calculează limitele laterale: $l_s = 0$, $l_d = \infty$	**2p**
	$l_s \neq l_d \Rightarrow$ funcția nu are limită în punctul $x_0 = 0$.	**2p**
	b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x - b^x}{c^x - d^x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{a^x-1}{x} - \frac{b^x-1}{x}}{\frac{c^x-1}{x} - \frac{d^x-1}{x}} = 1$	**2p**
	$\Rightarrow \dfrac{\ln a - \ln b}{\ln c - \ln d} = 1 \Rightarrow \ln\dfrac{a}{b} = \ln\dfrac{c}{d} \Rightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$.	**3p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
	a) $S_n = \begin{pmatrix} 5\sum\limits_{k=1}^{n} k & \sum\limits_{k=1}^{n}\left(k^2-1\right) \\ \sum\limits_{k=1}^{n}(-1)^k & \sum\limits_{k=1}^{n} 3^k \end{pmatrix}$	**1p**
	$S_n = \begin{pmatrix} \frac{5n(n+1)}{2} & \frac{n\left(2n^2-3n+1\right)}{6} \\ 0 & \frac{3\left(3^k-1\right)}{2} \end{pmatrix}$ dacă n este par şi $S_n = \begin{pmatrix} \frac{5n(n+1)}{2} & \frac{n\left(2n^2-3n+1\right)}{6} \\ -1 & \frac{3\left(3^k-1\right)}{2} \end{pmatrix}$ dacă n este impar.	**4p**
	b) $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	**1p**
	$A_0^2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $A_0^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I_2$	**1p**
	$A_0^4 = -A_0$, $A_0^5 = -A_0^2$, $A_0^6 = -A_0^3 = I_2$	**1p**
	$M = \left\{A_0, A_0^2, -I_2, -A_0, -A_0^2, I_2\right\}$ deci are 6 elemente.	**1p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
	Calculăm limitele laterale în punctul $x_0 = 0$.	**1p**
	$l_s = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} \dfrac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{\dfrac{2x\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}\left(1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}\right)} = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} \dfrac{\sin^2\frac{x}{2}}{x\operatorname{tg}\frac{x}{2}} = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} \dfrac{\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}\cdot 2} = \dfrac{1}{2}$	**5p**
	$l_d = a$	**1p**
	Funcţia are limită în punctul $x_0 = 0$ atunci dacă $l_d = l_s$ adică $a = \dfrac{1}{2}$	**2p**