CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

30 ianuarie 2016

BAREM

CLASA A X-A

(3 ore/săptămână)

1.)	**Din oficiu**	**1p**
	a) $F(1+\sqrt{3})=8(1+\sqrt{3})^2-(1+\sqrt{3})^4$	**1p**
	$F(1+\sqrt{3})=(1+\sqrt{3})^2\left(8-(1+\sqrt{3})^2\right)=(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})=4\in N$	**3p**
	b) $b=\left\|3-8\cdot\left(2^{1/4}\right)^2+\left(2^{1/4}\right)^4\right\|-8\sqrt{2}$	**2p**
	$b=\left\|3-8\cdot\sqrt{2}+2\right\|-8\sqrt{2}=8\sqrt{2}-5-8\sqrt{2}=-5\in Z$	**3p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	a.) Din prima ecuație obținem rezultatele $z_A=2+4i$ și $z_B=-1+i$ $\Delta=18i$ și $\sqrt{\Delta}=3+3i$.	**2p**
	Din a doua ecuație obținem rezultatele $z_C=-1-i$ și $z_D=2-4i$ $\Delta=-18i$ și $\sqrt{\Delta}=3-3i$	**2p**
	Se arată: $BC\parallel AD$, AB nu este paralel cu CD, $AB=CD=3\sqrt{2}$	**3p**
	b) Determinarea perimetrului P$=10+6\sqrt{2}$	**2p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
	a) $D=(0,\infty)$	**1p**
	$E(x)=1+2\log_2 x+\log_2 x+\log_2^2 x+\frac{1}{2}\left(\frac{4\log_2 x}{2}\right)^2+(\log_2 x)^3$	**2p**
	$E(x)=1+3\log_2 x+3\log_2^2 x+(\log_2 x)^3=(1+\log_2 x)^3$	**2p**
	b) $(1+\log_2 x)^3=-8$ $1+\log_2 x=t\Rightarrow t^3+8=0\Rightarrow(t+2)(t^2-2t+4)=0\Rightarrow t=-2$, singura soluţie reală	**2p**
	$1+\log_2 x=-2\Rightarrow\log_2 x=-3\Rightarrow x=\frac{1}{8}$	**2p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
	Dacă $x < 0$ atunci membrul stâng este negativ, deci nu avem soluţii negative.	**2p**
	Dacă $x > 0$ atunci aplicăm inegalitatea mediilor: $x \cdot 2016^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x} \cdot 2016^{x} \geq 2\sqrt{x \cdot 2016^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{x} \cdot 2016^{x}} = 2\sqrt{2016^{x+\frac{1}{x}}}$.	**2p**
	Însă $x + \frac{1}{x} \geq 2$ pentru orice $x > 0$.	**1p**
	Deci $x \cdot 2016^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x} \cdot 2016^{x} \geq 2\sqrt{2016^{2}} = 4032$.	**2p**
	Avem egalitate pentru $x = 1$, care este singura soluţie a ecuaţiei-	**2p**